NFT I — Exercise 1 / Übung 1

RM/WS 05/06

Problem 1 / Aufgabe 1 Assume / Nehme an

$$\begin{aligned}\underline{\mathbf{E}}(\underline{\mathbf{R}},t) &= \mathrm{E}_x\,(z,t)\;\underline{\mathbf{e}}_x \\ \underline{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{R}},t) &= \mathrm{H}_y\,(z,t)\;\underline{\mathbf{e}}_y\,.\end{aligned}$$

Derive the one–dimensional wave equation for $\mathrm{E}_x(z,t)$ / Leite die eindimensionale Wellengleichung für $\mathrm{E}_x(z,t)$ ab:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\mathrm{E}_x\,(z,t) - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathrm{E}_x\,(z,t) = \begin{cases} -\dfrac{\partial}{\partial z}\mathrm{J}_{\mathrm{m}y}\,(z,t) + \mu_0\dfrac{\partial}{\partial t}\mathrm{J}_{\mathrm{e}x}\,(z,t) & \text{Inhomogeneous Case / Inhomogener Fall} \\ 0 & \text{Homogeneous Case / Homogener Fall} \end{cases}.$$

Problem 2 / Aufgabe 2 Calculate the $\boldsymbol{\nabla}\times\underline{\mathbf{E}}$ and $\boldsymbol{\nabla}\times\underline{\mathbf{H}}$ for / Berechnen Sie $\boldsymbol{\nabla}\times\underline{\mathbf{E}}$ und $\boldsymbol{\nabla}\times\underline{\mathbf{H}}$ für

$$\begin{aligned}\underline{\mathbf{E}}(\underline{\mathbf{R}},t) &= \mathrm{E}_x\,(z,t)\;\underline{\mathbf{e}}_x \\ \underline{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{R}},t) &= \mathrm{H}_y\,(z,t)\;\underline{\mathbf{e}}_y\,.\end{aligned}$$

Compute the Poynting vector / Berechnen Sie den Poynting–Vektor

$$\underline{\mathbf{S}}_{\mathrm{em}}(\underline{\mathbf{R}},t) = \underline{\mathbf{E}}(\underline{\mathbf{R}},t)\times\underline{\mathbf{H}}(\underline{\mathbf{R}},t)\,.$$

In which direction does the energy flux density propagate? / In welche Richtung breitet sich die Energieflussdichte aus?

Problem 3 / Aufgabe 3 Determine the approximation error $\mathcal{O}(\,\cdot\,)$ of the backward FD approximation / Bestimme den Approximationsfehler $\mathcal{O}(\,\cdot\,)$ der Rückwärts–FD–Approximation

$$\frac{\partial}{\partial x}f(x) = \frac{f(x)-f(x-\Delta x)}{\Delta x} + \mathcal{O}(?)\,.$$

Hint: Make use of the Taylor series expansion. / Hinweis: Machen Sie von der Taylor–Reihenentwicklung Gebrauch.

Problem 4 / Aufgabe 4 Derive the central finite difference approximation of 4th order for the first–order derivative of the form / Leiten Sie die zentrale FD–Approximation 4. Ordnung für die Ableitung erster Ordnung ab

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x}f(x) = {}&\frac{1}{\Delta x}\left[f\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right) - f\left(x-\frac{\Delta x}{2}\right)\right] \\ &-\frac{1}{24}\frac{1}{\Delta x}\left[f\left(x+\frac{3\Delta x}{2}\right) - 3f\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right) + 3f\left(x-\frac{\Delta x}{2}\right) - f\left(x-\frac{3\Delta x}{2}\right)\right] + \mathcal{O}[(\Delta x)^4]\end{aligned}$$

or rearranged / oder umgestellt

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x) = \frac{1}{24\Delta x}\left[-f\left(x+\frac{3\Delta x}{2}\right)+27f\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)-27f\left(x-\frac{\Delta x}{2}\right)+f\left(x-\frac{3\Delta x}{2}\right)\right]$$
$$+\mathcal{O}[(\Delta x)^4]\,.$$

Hint: Make use of the Taylor series expansion. / Hinweis: Machen Sie von der Taylor–Reihenentwicklung Gebrauch.